

Διαστήματα Εμπιστοσύνης –  
Ανάλυση Ισχύος –  
Έλεγχος κανονικότητας των δεδομένων

Πέτρος Ρούσος

## Διαστήματα εμπιστοσύνης

- Το *APA Publication Manual* αναφέρει ότι τα Διαστήματα Εμπιστοσύνης (ΔΕ – Confidence Intervals ή Cis) “are, in general, the best reporting strategy” (APA, 2001, p. 22).
- Τι ακριβώς είναι τα διαστήματα εμπιστοσύνης;
- Πώς υπολογίζονται;
- Γίνονται σφάλματα στη χρήση και στην ερμηνεία τους;
- Διαστήματα εμπιστοσύνης και διαδικασία ελέγχου υποθέσεων

## Ανάλυση Ισχύος

- Η ερώτηση που γίνεται πάντα από όλους τους φοιτητές αντίστοιχων μαθημάτων:
- "Πόσους συμμετέχοντες (υποκείμενα) θα χρειαστώ;"
- Θα ήταν ωραία αν είχαμε την απάντηση... ή μήπως την έχουμε;
- Τι είναι η Στατιστική Ισχύς;
- Με ποιο τρόπο μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση του μεγέθους του δείγματος που χρειαζόμαστε;

## Έλεγχος κανονικότητας των δεδομένων

Ορισμένοι (π.χ., Micceri, 1989) υποστηρίζουν ότι στην ψυχολογία είναι πολύ σπάνια τα δεδομένα που σχηματίζουν κανονική κατανομή (συχνά αυτό οφείλεται στη χρήση λανθανουσών –latent– μεταβλητών).

Όμως, καλό είναι να μην αγνοούμε τη συγκεκριμένη προϋπόθεση...

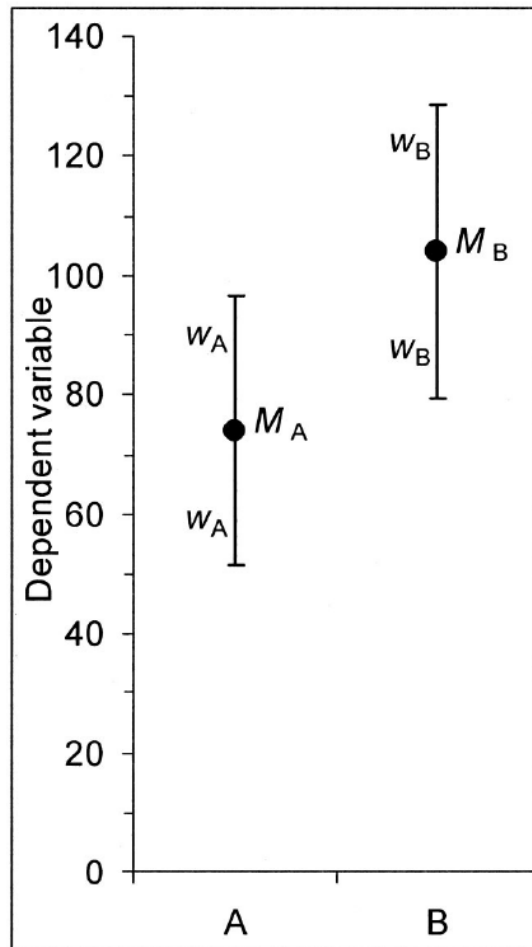
Πώς εξετάζουμε όμως τη συγκεκριμένη προϋπόθεση;

Δεν υπάρχει μια σαφής απάντηση... Υπάρχουν αρκετές διαφορετικές διαδικασίες, αλλά όχι τόσο σαφή κριτήρια:

- Έλεγχος για εκλείπουσες τιμές
- Κατασκευή ιστογράμματος μεταβλητής
- Έλεγχος για ακραίες τιμές
- Κατασκευή P-P Plots
- Έλεγχος συμμετρίας & κύρτωσης της κατανομής
- Τυπικά τεστ κανονικότητας

ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ

## Γράφημα με δύο υποθετικούς μέσους όρους &amp; ΔΕ



Μέσοι όροι ( $M_A$  &  $M_B$ )

Τι δείχνουν οι κάθετες γραμμές (ΔΕ);

## Οπτικός Συμπερασμός (με το μάτι)

- ❖ Βλέποντας το σχήμα αριστερά, τι συμπέρασμα θα βγάζατε σχετικά με τη διαφορά των δύο ομάδων;
- ❖ Τι χρειάζεται να γνωρίζουμε προκειμένου να κατανοήσουμε το σχήμα αυτό;
- ❖ **Είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε:**
- ❖ Ποια είναι η εξαρτημένη μεταβλητή; Αρχικές ή τυπικές τιμές;
- ❖ Ποιος ερευνητικός σχεδιασμός εφαρμόστηκε (ανεξάρτητων ή εξαρτημένων δειγμάτων)...
- ❖ Το γράφημα παρουσιάζει Διαστήματα Εμπιστοσύνης (CI) ή Διαστήματα του Τυπικού Σφάλματος (SE) ή της Τυπικής Απόκλισης (SD);
- ❖ Ποιο είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης (95%, 90%, 99% ή κάποιο άλλο);
- ❖ Ποιο ήταν το ερευνητικό μας ενδιαφέρον; Πού πρέπει να εστιάσουμε την προσοχή μας;

## Διαδικασία υπολογισμού του Διαστήματος εμπιστοσύνης

- Υποθέστε ότι θέλετε να κάνετε μια εκτίμηση για την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων των μαθητών της Στ' Δημοτικού. Επιλέγετε ένα αξιόπιστο και έγκυρο τεστ μέτρησης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων, για το οποίο κάνετε την υπόθεση ότι οι τιμές του σχηματίζουν κανονική κατανομή στον πληθυσμό.
- Χορηγείτε το τεστ σε ένα τυχαίο δείγμα 126 μαθητών ( $n = 126$ ) μαθητών και βρίσκετε ότι ο μέσος όρος του δείγματος ( $M$ ) ήταν 71 και η τυπική απόκλιση ( $SD$ ) 15. Το  $M$  είναι μια εκτίμηση σημείου (point estimate) του μέσου όρου της ικανότητας στον πληθυσμό των Ελλήνων μαθητών.
- Το επόμενο βήμα είναι η κατασκευή του Διαστήματος Εμπιστοσύνης 95% (95% CI), το οποίο είναι μια εκτίμηση σε διάστημα που δηλώνει την ακρίβεια, ή καλύτερα την πιθανή ακρίβεια, της εκτίμησης σημείου που κάναμε παραπάνω.
- Το 95% είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, ή αλλιώς  $C$ .
- Το ΔΕ θα είναι μια γραμμή με κέντρο το  $M$ , η οποία θα εκτείνεται σε μια απόσταση  $w$  αμφίπλευρα από το  $M$ . Το  $w$  (από το width) ονομάζεται **περιθώριο σφάλματος**.
- Το περιθώριο σφάλματος βασίζεται στο τυπικό σφάλμα του μέσου όρου ( $SE$ ), το οποίο είναι συνάρτηση της τυπικής απόκλισης και του μεγέθους του δείγματος ως εξής:  $SE = SD / \sqrt{n} = 15 / \sqrt{126} = 1.34$
- Το  $w$  είναι το  $SE * t_{(n-1),C}$ . Αυτό είναι η κρίσιμη τιμή της κατανομής του  $t$  για την τιμή του  $C$  που έχουμε επιλέξει ( $C = 95$ ).
- Για  $C = 95$  χρειαζόμαστε την κρίσιμη τιμή της κατανομής  $t$  με βαθμούς ελευθερίας  $df = n - 1 = 125$ , η οποία αποκόβει το χαμηλότερο 2.5% και το υψηλότερο 2.5% της κατανομής  $t$ . Η κρίσιμη αυτή τιμή είναι 1.98
- Το περιθώριο σφάλματος είναι  $w = SE * t_{(n-1),C} = 1.34 * 1.98 = 2.65$
- Το κατώτερο όριο του ΔΕ είναι  $M - w = 68.35$  και το ανώτερο όριο είναι  $M + w = 73.65$
- Επομένως, το ΔΕ 95% είναι από το 68.35 ως το 73.65, το οποίο γράφεται και (68.35, 73.65)

Γίνεται να το υπολογίσουμε πιο εύκολα;



## QuickCalcs Online Calculators for Scientists

[1. Select category](#)

[2. Choose calculator](#)

**3. Enter data**

[4. View results](#)

### Descriptive statistics and CI of mean

Enter raw data and this calculator will calculate the mean, SD, SEM and confidence interval of the mean. Enter mean, N and SD or SEM, and it will calculate the confidence interval of the mean.

#### 1. Choose data entry format

- Enter up to 50 rows.
- Enter or paste up to 10000 rows.
- Enter mean, SEM and N.
- Enter mean, SD and N.

**Caution:** Changing format will erase your data.

#### 2. Enter data

Mean:

SD:

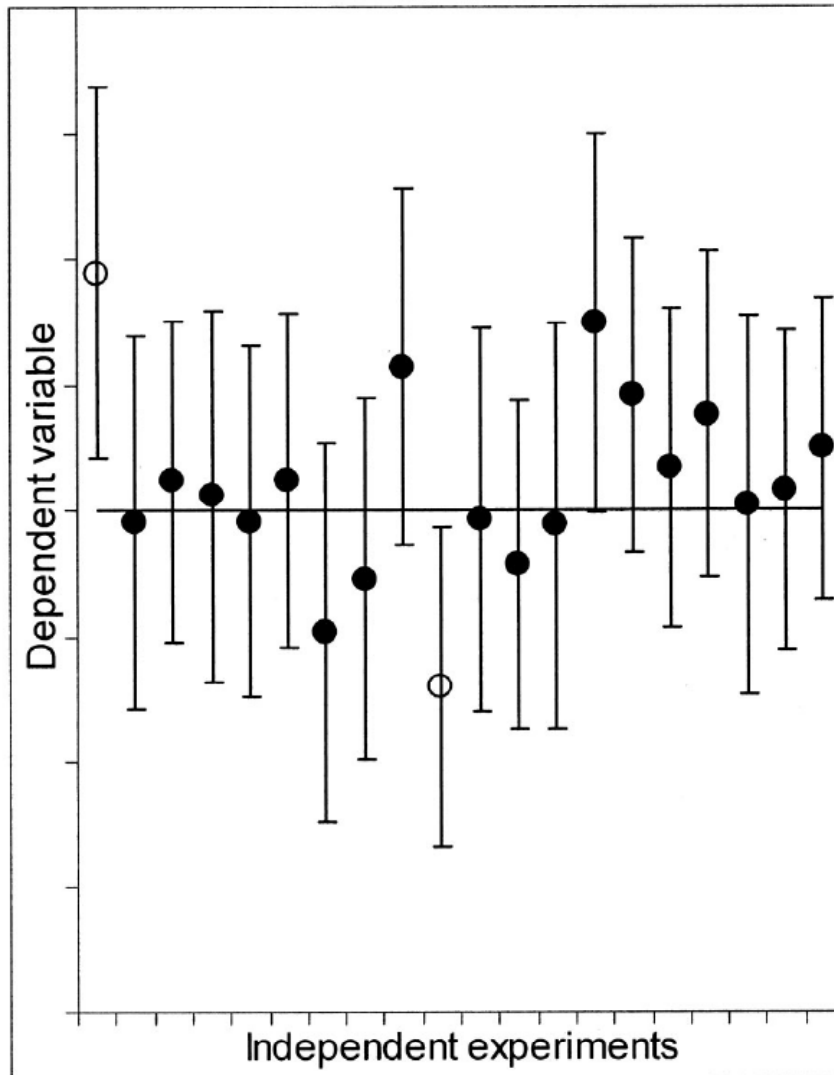
N:

#### 3. View the results

### Descriptive statistics results

Parameter	Value
Mean	71.00
SD	15.00
SEM	1.34
N	126
90% CI	68.79 to 73.21
95% CI	68.36 to 73.64
99% CI	67.50 to 74.50

Το ΔΕ 95% για τον μέσο όρο του πληθυσμού ( $\mu$ ) για 20 ανεξάρτητες επαναλήψεις μιας έρευνας

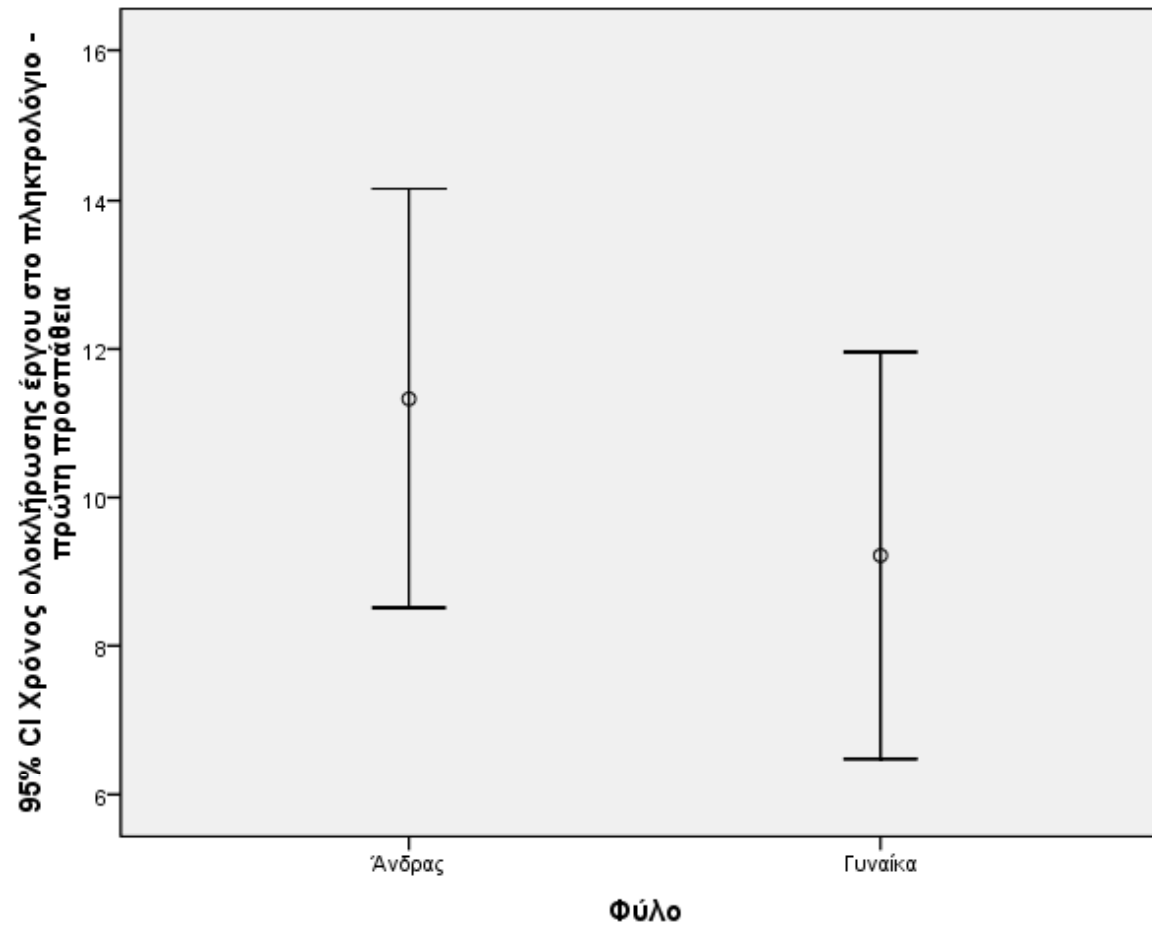


- ✓ Τα Διαστήματα Εμπιστοσύνης έχουν περιγραφεί ως το εκτιμώμενο εύρος τιμών με μια δεδομένη υψηλή πιθανότητα να καλύπτει την πραγματική τιμή του πληθυσμού (Hays, 1973).
- ✓ Είναι εξαιρετικά σημαντικό, ωστόσο, να είμαστε πολύ προσεκτικοί όποτε αναφερόμαστε σε πιθανότητα σε σχέση με ένα ΔΕ.
- ✓ Είναι σωστό να αναφέρουμε ότι η πιθανότητα  $(M - w \leq \mu \leq M + w) = .95$  αλλά αυτή είναι μια πιθανολογική διατύπωση που αφορά στο κατώτερο και στο ανώτερο όριο του διαστήματος, το οποίο διαφέρει από δείγμα σε δείγμα...
- ✓ Θα ήταν σφάλμα να αναφέρουμε ότι το ΔΕ ( ) έχει μια πιθανότητα .95 να περιέχει το  $\mu$ , γιατί κάτι τέτοιο υποδηλώνει ότι το  $\mu$  κυμαίνεται, ενώ είναι σταθερό (αν και άγνωστο στον ερευνητή).
- ✓ Το Σχήμα δείχνει πώς το  $M$  και το  $w$  (επομένως και τα ΔΕ 95%) κυμαίνονται στην περίπτωση που ένα πείραμα επαναληφθεί πολλές φορές.
- ✓ Σε γενικές γραμμές αναμένουμε ότι το 95% των ΔΕ θα περιέχουν το  $\mu$ .

## Πώς υπολογίζονται τα Διαστήματα Εμπιστοσύνης στο SPSS;

GRAPH

```
/ERRORBAR(CI 95)=keyb1test1 BY gender.
```



**$M$  (Άνδρες) = 11.33 -  $M$  (Γυναίκες) = 9.22 -  $t(16)=1.24$ ,  $p=.234$**





# QuickCalcs

Online Calculators for Scientists

1. [Select category](#)

2. Choose calculator

3. Enter data

4. View results

## Compute CI of a sum, difference, quotient or product

This calculator computes confidence intervals of a sum, difference, quotient or product of two means, assuming both groups follow a Gaussian distribution.

### 1. Choose data entry format 2. Enter data

Enter mean, N and SD.

Enter mean, N and SEM.

Caution: Changing format will erase your data.

Variable name	Mean	SD	N
Variable A	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Variable B	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

### 3. Which operation?

Calculate the confidence interval of:

- A + B
- A - B
- A / B
- A \* B

### 4. View the results

Calculate now

Clear the form



# QuickCalcs

Online Calculators for Scientists

1. Select category

2. Choose calculator

3. Enter data

4. View results

## CI of a sum, difference, quotient or product

Mean of Variable A **divided by** Mean of Variable B = 0.83

90% CI: 0.75 to 0.93

95% CI: 0.73 to 0.94

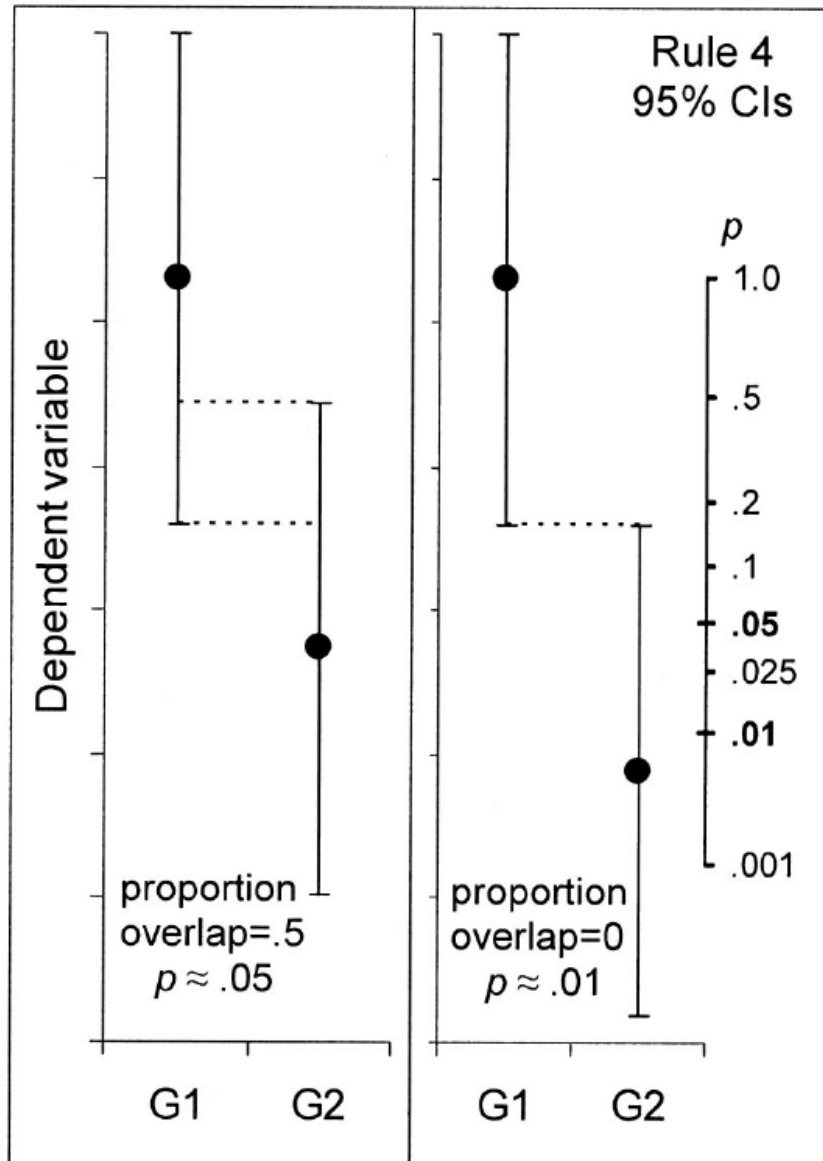
99% CI: 0.70 to 0.98

These results assume that both variables follow a Gaussian distribution and that the measurements of Variable A are not paired or matched to measurements of Variable B.

Results computed by the method of EC Fieller, Suppl to J.R.Statist.Soc, 7,1-64 summarized [here](#).

	Variable A	Variable B
Mean	10.00	12.00
SD	3.50	3.50
SEM	0.49	0.49
N	51	51

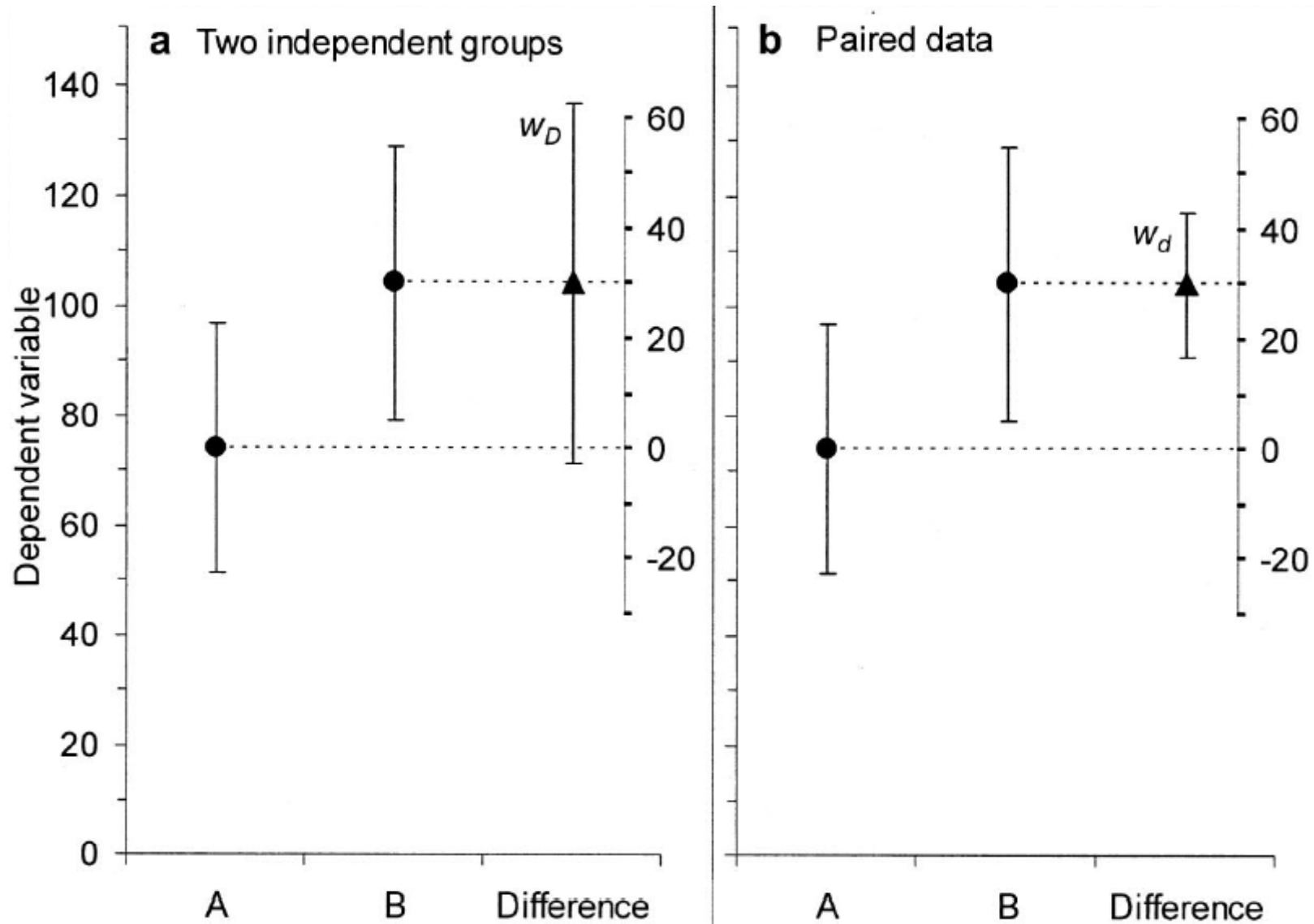
Δύο ανεξάρτητες ομάδες ( $N_A = N_B = 50$ ) με ίσα περιθώρια σφάλματος



Ποια η σχέση μεταξύ ΔΕ και ελέγχου υποθέσεων;

- Υπάρχει μια εμπειροτεχνική μέθοδος για να καταλήγουμε σε συμπέρασμα σχετικά με τη διαφορά δύο μέσων όρων ανεξάρτητων δειγμάτων όταν αυτοί παρουσιάζονται με ΔΕ:
- Η διαφορά είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο  $p < .05$  όταν η επικάλυψη των δύο ΔΕ δεν είναι περισσότερη από το μισό του μέσου περιθωρίου σφάλματος (βλ. Σχήμα αριστερά).
- Επιπλέον, η διαφορά είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο  $p < .01$  όταν το ποσοστό της επικάλυψης είναι περίπου 0 ή υπάρχει θετικό κενό μεταξύ των δύο ΔΕ.
- Οι σχέσεις αυτές είναι ικανοποιητικά ακριβείς όταν το μέγεθος του δείγματος είναι τουλάχιστον 10 και για τις δύο ομάδες και τα περιθώρια του σφάλματος δεν διαφέρουν μεταξύ τους περισσότερο από 2.

Αλλάζει κάτι όταν έχουμε ερευνητικό σχεδιασμό εξαρτημένων δειγμάτων;



# ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ

## ΔΥΟ ΛΟΓΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

- Μέχρι σήμερα έχουμε αναλώσει τον περισσότερο χρόνο μας για την παρουσίαση κριτηρίων στατιστικής σημαντικότητας, ο σκοπός των οποίων είναι ο **έλεγχος σφαλμάτων Τύπου I**.
- Για να το θυμηθούμε, ένα σφάλμα Τύπου I συμβαίνει όταν ο πληθυσμός (ή οι πληθυσμοί) αναφοράς μιας έρευνας δεν δείχνουν κάποια επίδραση, αλλά το δείγμα της έρευνας τυχαία δείχνει μια τόσο μεγάλη επίδραση ώστε το στατιστικό κριτήριο να δώσει ένα στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα.
- Όταν τοποθετούμε το  $\alpha$  στο 0.05, τα στατιστικά κριτήρια είναι τόσο ισχυρά ώστε το 95% των ερευνών όπου δεν υπάρχει επίδραση στον πληθυσμό δεν περνάει το όριο και, επομένως, δεν προκαλείται σφάλμα.
- Η αρχική σύλληψη του Fisher για τη **διαδικασία ελέγχου των μηδενικών υποθέσεων (DEMY)** δεν πρόβλεπε σφάλματα Τύπου II. Με άλλα λόγια, η άποψή του ήταν ότι αν τα δεδομένα μας δεν μας επιτρέπουν να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση, τότε δεν μπορούμε να βγάλουμε κάποιο συμπέρασμα (επομένως δεν υπάρχει περίπτωση να κάνουμε και σφάλμα).
- Όταν όμως οι Neyman & Pearson (1928) αναδιαμόρφωσαν τη DEMY έτσι ώστε όταν δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση να παίρνουμε την απόφαση να την αποδεχτούμε, προέκυψε η πιθανότητα ενός δεύτερου τύπου σφάλματος - **η αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης ενώ αυτή δεν είναι αληθής!**
- Ωστόσο, ενώ στην περίπτωση του σφάλματος Τύπου I μπορούμε να περιορίσουμε τη συχνότητά του επιλέγοντας ένα αυστηρότερο  $\alpha$ , η συχνότητα του σφάλματος Τύπου II είναι δύσκολο να μετρηθεί γιατί εξαρτάται (μεταξύ άλλων) και από το πόσο η έρευνά μας αποκλίνει από το να είναι μια μηδενική έρευνα.
- Βέβαια, είναι πολύ χρήσιμο να κάνουμε μια **εκτίμηση της πιθανότητας να υποπέσουμε σε σφάλμα Τύπου II**, ιδιαίτερα **πριν** την πραγματοποίηση της έρευνας.
- Αυτή η εκτίμηση (ή έλεγχος) ονομάζεται **ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ**.

## Η ισχύς στην περίπτωση του ερευνητικού σχεδιασμού των δύο ανεξάρτητων δειγμάτων

- Ας υποθέσουμε ότι πραγματοποιούμε μια έρευνα όπου συγκρίνουμε δύο ανεξάρτητα δείγματα (π.χ., άνδρες και γυναίκες). Ας υποθέσουμε επίσης ότι οι δύο πληθυσμοί από τους οποίους τυχαία επιλέξαμε τα δείγματά μας έχουν τον ίδιο μέσο όρο και διακύμανση.
- Εφαρμόζοντας σε αυτή την περίπτωση το t-test για ανεξάρτητα δείγματα θα κάνουμε χρήση της κατανομής t με  $n_1 + n_2 - 2$  βαθμούς ελευθερίας.
- Αν επαναλαμβάνουμε πολλές φορές την ίδια έρευνα με άλλα δείγματα, οι τιμές του t που θα υπολογίζονταν θα είχαν μέσο όρο το 0 (καθώς η μηδενική υπόθεση είναι αληθής).
- Αν, ωστόσο, η μηδενική υπόθεση δεν είναι αληθής, τότε η κατανομή των t τιμών δεν θα έχει αυτή τη μορφή. Η κατανομή αυτή ονομάζεται **Κατανομή της Εναλλακτικής Υπόθεσης** και σχετίζεται με την κατανομή t.
- Ο μέσος όρος της Κατανομής της Εναλλακτικής Υπόθεσης συμβολίζεται με το  **$\delta$**  και υπολογίζεται βάσει του τύπου που ακολουθεί:

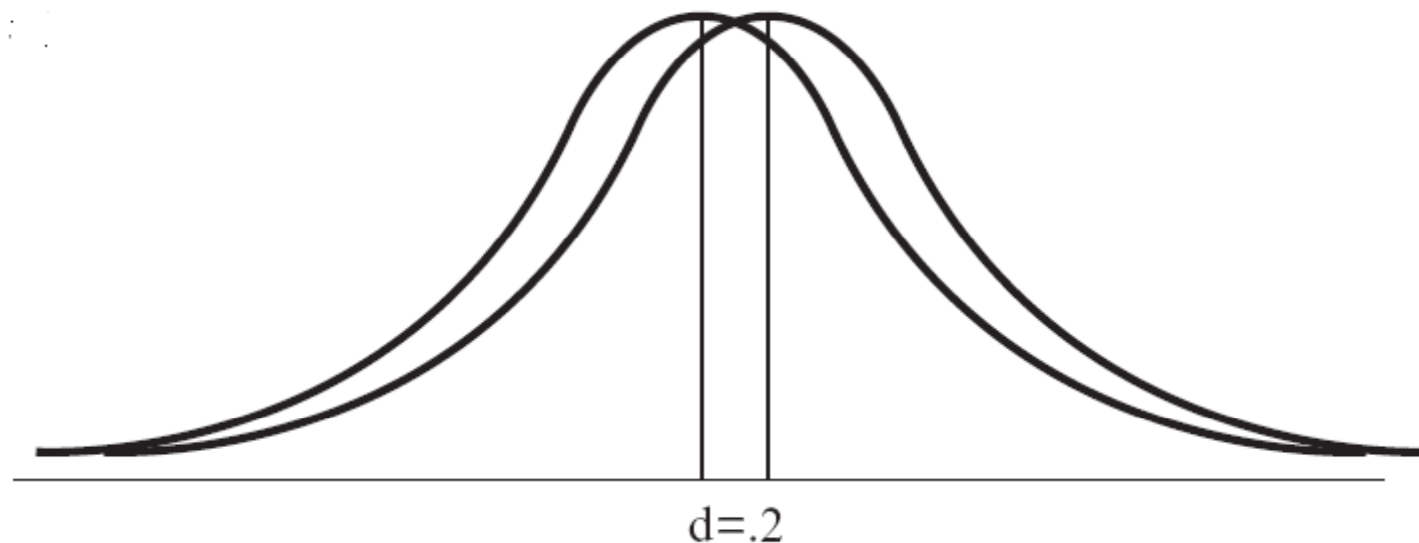
$$\delta = \sqrt{\frac{n}{2}} \cdot \frac{(\mu_1 - \mu_2)}{\sigma}$$

## Το μέγεθος της επίδρασης στον πληθυσμό

- Το δεύτερο μέρος του τύπου που είδαμε στην προηγούμενη διαφάνεια δείχνει το μέγεθος της επίδρασης στον πληθυσμό και συμβολίζεται με το γράμμα  $d$  (θα έπρεπε να χρησιμοποιούμε το ελληνικό γράμμα, αλλά ο Cohen στον οποίο οφείλουμε πολλά στο θέμα αυτό χρησιμοποίησε το συγκεκριμένο...):

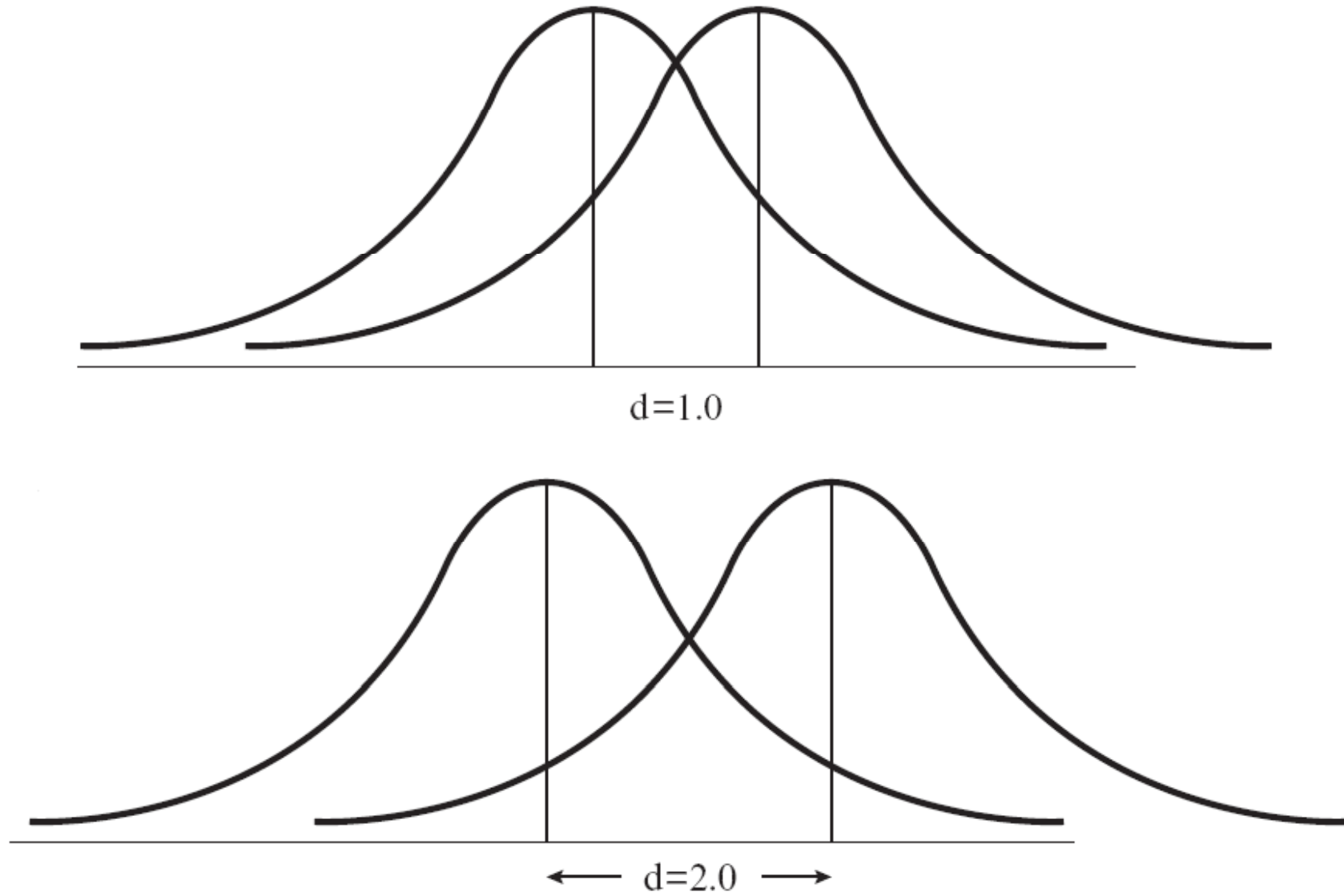
$$d = \frac{(\mu_1 - \mu_2)}{\sigma}$$

- Τι ακριβώς μας δείχνει το  $d$ ;
- Μας λέει πόσες τυπικές αποκλίσεις απέχουν οι μέσοι όροι δύο πληθυσμών...
- Έτσι, στο παράδειγμα του ακόλουθου σχήματος, η τιμή  $d = 0.2$  δείχνει μια μικρή απόσταση μεταξύ των δύο πληθυσμών...





Το μέγεθος της επίδρασης στον πληθυσμό (συνέχεια)



## Η ισχύς στην περίπτωση του ερευνητικού σχεδιασμού των δύο ανεξάρτητων δειγμάτων (2)

- Αν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής (δηλαδή  $\mu_1 = \mu_2$ ), τότε  $d = (\mu_1 - \mu_2)/\sigma = 0/\sigma = 0$
- Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι αποφασίσουμε να εξετάσουμε την υπόθεση ότι οι άνδρες είναι ψηλότεροι από τις γυναίκες. Για χάρη του παραδείγματος, ας υποθέσουμε ότι αυτή η υπόθεση είναι αληθής στην πραγματικότητα (με άλλα λόγια, η μηδενική υπόθεση δεν είναι αληθής). Έστω λοιπόν ότι οι άνδρες είναι ψηλότεροι από τις γυναίκες στο σύνολο του πληθυσμού και συγκεκριμένα οι μέσοι όροι των ανδρών και των γυναικών είναι 181 και 169 εκατοστά αντίστοιχα και η κοινή  $\sigma$  είναι 8 εκατοστά. Τότε το  $d_{\gamma\psi\sigma\sigma} = (181 - 169)/8 = 12/8 = 1.5$  (πρόκειται για ένα μεγάλο μέγεθος επίδρασης).
- Ως ερευνητές δεν γνωρίζουμε την παραπάνω πραγματικότητα (ότι δηλαδή οι άνδρες είναι πράγματι ψηλότεροι από τις γυναίκες). Για να διερευνήσουμε την υπόθεσή μας επιλέγουμε 8 άνδρες και 8 γυναίκες (τόσους μόνο μπορούμε να βρούμε για τις ανάγκες της συγκεκριμένης έρευνας).
- Αν είχαμε στη διάθεσή μας τα δεδομένα, θα χρησιμοποιούσαμε ένα t-test για ανεξάρτητα δείγματα. Χωρίς να γνωρίζουμε τα δεδομένα (και έχοντας στη διάθεσή μας τα όσα έχουμε αναφέρει εδώ), μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα να πάρουμε μια στατιστική τιμή του t (εφόσον το δείγμα ήταν τυχαίο).
- Χρειάζεται να υπολογίσουμε το  $\delta$  (δηλαδή τον μέσο όρο των t-τιμών της Κατανομής της Εναλλακτικής Υπόθεσης) για την υποθετική αυτή έρευνα. Συνδυάζοντας τους τύπους που έχουμε χρησιμοποιήσει ως τώρα, έχουμε:

$$\delta = \sqrt{\frac{n}{2}} \cdot d$$

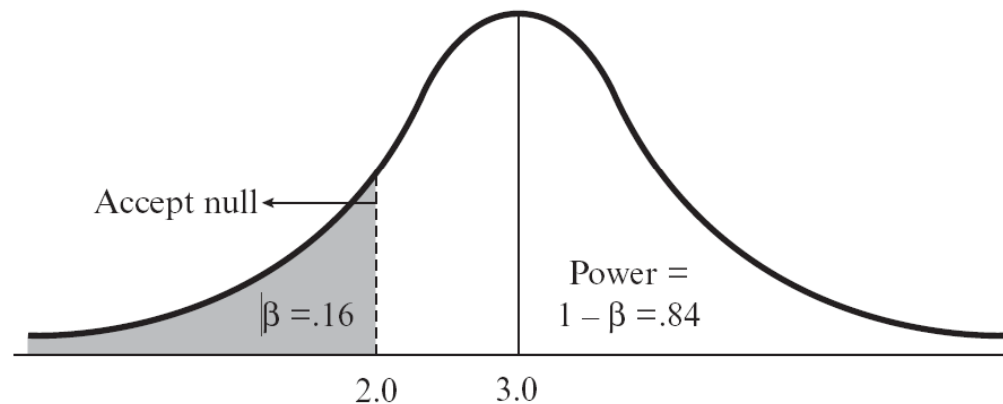
### Η ισχύς στην περίπτωση του ερευνητικού σχεδιασμού των δύο ανεξάρτητων δειγμάτων (3)

- Γνωρίζουμε από πριν ότι το μέγεθος της επίδρασης του ύψους στον πληθυσμού είναι  $d = 1.5$
- Εφόσον θα συγκριθούν 8 άνδρες με 8 γυναίκες, το  $n = 8$
- Αντικαθιστώντας στον τύπο της προηγούμενης διαφάνειας, έχουμε:

$$\delta = \sqrt{\frac{8}{2}} 1.5 = 2 \cdot 1.5 = 3$$

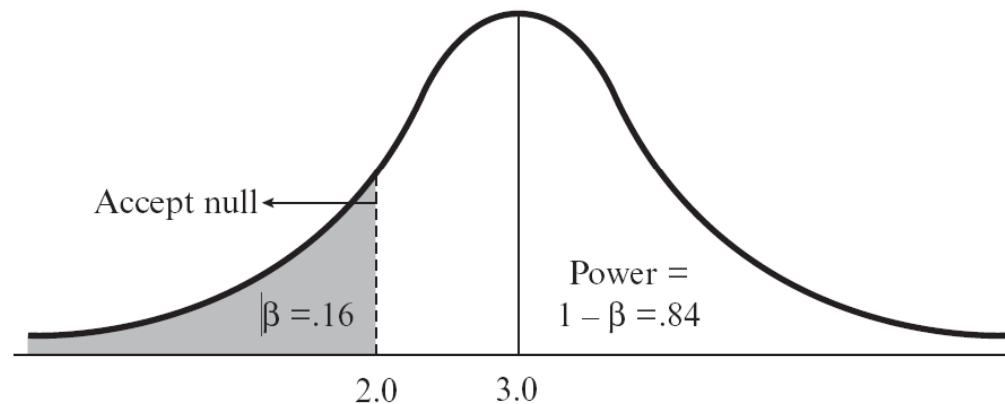
- Το  $\delta$  μας λέει ότι, γνωρίζοντας το μέγεθος των δύο δειγμάτων που εξετάστηκαν, η αναμενόμενη τιμή του  $t$  είναι 3. Μπορεί προφανώς να είναι μεγαλύτερη, μπορεί να είναι και μικρότερη. Είπαμε παραπάνω ότι αυτή η Κατανομή της Εναλλακτικής Υπόθεσης είναι μια κατανομή  $t$  (με την οποία δεν έχουμε ιδιαίτερη εξοικείωση).
- Γνωρίζετε κάποια κατανομή με την οποία έχουμε ασχοληθεί περισσότερο και τα χαρακτηριστικά της σας είναι γνωστά;
- ...
- Σωστά! Η Κανονική Κατανομή...
- Το χαρακτηριστικό της κανονικής κατανομής που μας χρειάζεται εδώ είναι η σχέση μεταξύ των τυπικών αποκλίσεων και των ποσοστών των περιπτώσεων που εμπίπτουν μέσα στα διαστήματα που ορίζονται από τις τυπικές αποκλίσεις.
- Θυμάστε λοιπόν ότι στο διάστημα που ορίζεται από τον μέσο όρο μέχρι 1 τυπική απόκλιση πάνω ή κάτω από αυτόν εμπίπτει το 34% περίπου των περιπτώσεων.
- Για να μεταφέρουμε λοιπόν τώρα στο παράδειγμά μας τα όσα γνωρίζουμε...

### Η ισχύς στην περίπτωση του ερευνητικού σχεδιασμού των δύο ανεξάρτητων δειγμάτων (4)



- Ας υποθέσουμε ότι αυτή είναι η Κατανομή της Εναλλακτικής Υπόθεσης (είπαμε ότι δεν έχει αυτή τη μορφή, αλλά για χάρη της κατανόησης κάνουμε πάλι μια υπέρβαση!!!) και έχει μέσο όρο το 3.0 και τυπική απόκλιση 1.0
- Η τιμή 3.0 είναι το  $\delta$ , δηλαδή η αναμενόμενη τιμή του t ή ακόμη καλύτερα ο μέσος όρος των θεωρητικά άπειρων t-test που θα μπορούσαμε να πραγματοποιήσουμε για τον έλεγχο της υπόθεσής μας (με το ίδιο μέγεθος δείγματος)
- Από τους πίνακες κρίσιμων τιμών του t-test που θα βρείτε στο βιβλίο (να και κάπου που μας χρειάζονται!) θα δείτε ότι για  $df = 8 + 8 - 2 = 14$ , η κρίσιμη τιμή του t είναι 2.15 (για υπόθεση διπλής κατεύθυνσης). Επομένως, η αναμενόμενη τιμή του 3.0 όπως και κάθε μεγαλύτερη θα ήταν στατιστικά σημαντική.
- Τι θα συνέβαινε όμως αν η τιμή του t που θα υπολογίζαμε ήταν μικρότερη από 3.0;
- Στο παραπάνω σχήμα έχουμε σημειώσει με διακεκομμένη γραμμή το σημείο 2.0, δηλαδή μια πιθανή τιμή t σε απόσταση 1 τυπική απόκλιση κάτω από τον μέσο όρο της κατανομής. Και πάλι για χάρη του παραδείγματος, ας ταυτίσουμε το 2.0 με το 2.15 που υπολογίσαμε παραπάνω...

## Η ισχύς στην περίπτωση του ερευνητικού σχεδιασμού των δύο ανεξάρτητων δειγμάτων (5)



- Από τους πίνακες των τυπικών τιμών υπολογίζουμε ότι το ποσοστό των περιπτώσεων κάτω από το σημείο αυτό είναι 16%.
- Επομένως, η πιθανότητα να πάρουμε μια τιμή του  $t$  μικρότερη από 2.0 (ή σωστότερα 2.15) είναι 16%
- Αν συμβεί κάτι τέτοιο, **έχουμε υποπέσει σε σφάλμα Τύπου II** (εφόσον θα πρέπει να δεχτούμε τη μηδενική υπόθεση ενώ όπως είδαμε παραπάνω αυτή είναι αληθής)!
- Το 16% των ερευνών με δείγμα 8 άνδρες και 8 γυναίκες θα δώσει τιμές μικρότερες του 2.0 (άρα μη στατιστικά σημαντικές) - πρόκειται για τη **συχνότητα του σφάλματος Τύπου II** και δηλώνεται με το ελληνικό γράμμα  $\beta$
- Το υπόλοιπο 84% των ερευνών θα μας δώσει στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα - αυτή είναι η **ΙΣΧΥΣ** και δηλώνεται με το  $1 - \beta$
- **Ισχύς του στατιστικού κριτηρίου: η πιθανότητα να πάρουμε ένα στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα όταν η μηδενική υπόθεση δεν είναι αληθής.**
- Μπορείτε να υποθέσετε τι θα συμβεί στην ισχύ του κριτηρίου αν αυξάναμε το  $\alpha$ ;

## Στρατηγικές για την αύξηση της ισχύος

### Παράμετρος 1: Το μέγεθος του δείγματος

Στρατηγική 1: Αύξηση αριθμού συμμετεχόντων

Στρατηγική 2: Τοποθέτηση περισσότερων συμμετεχόντων σε εκείνες τις ομάδες που αυτό είναι εύκολο...

### Παράμετρος 2: Το επίπεδο σημαντικότητας

Στρατηγική 3: Επιλογή ενός λιγότερο αυστηρού επιπέδου ( $\alpha$ )

### Παράμετρος 3: Το μέγεθος της επίδρασης

Στρατηγική 4: Αύξηση του αναμενόμενου μεγέθους επίδρασης

Στρατηγική 5: Εξέταση κατά το δυνατόν λιγότερων ομάδων

Στρατηγική 6: Χρήση συμμεταβλητών

Στρατηγική 7: Χρήση ερευνητικού σχεδιασμού εξαρτημένων δειγμάτων

Στρατηγική 8: Έλεγχος κύριων επιδράσεων παρά αλληλεπιδράσεων

Στρατηγική 9: Χρήση αξιόπιστων μετρήσεων

Στρατηγική 10: Χρήση μετρήσεων ευαίσθητων στην αλλαγή

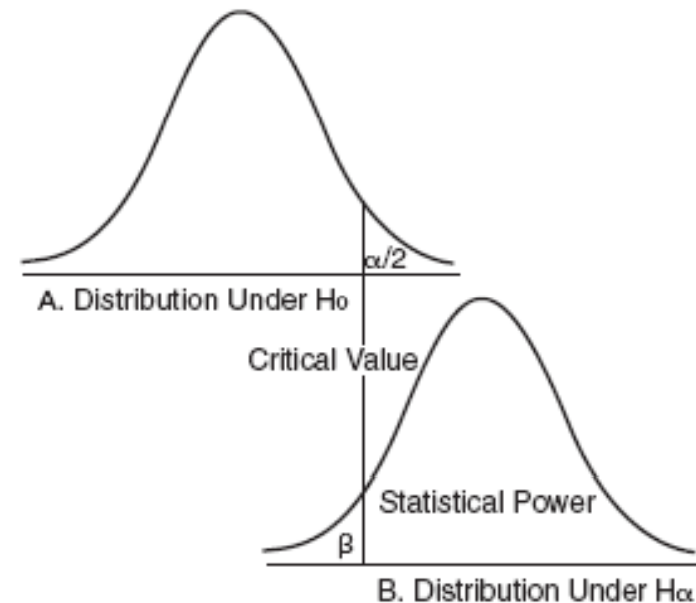
Στρατηγική 11: Χρήση άμεσων παρά έμμεσων εξαρτημένων μεταβλητών

## Σχέση μεταξύ ισχύος & μεγέθους δείγματος

N/group	ES		
	0.20	0.50	0.80
15	0.07	0.26	0.57
25	0.10	0.41	0.79
50	0.16	0.70	0.98
100	0.29	0.94	* <sup>d</sup>
150	0.41	0.99	* <sup>d</sup>

( $\alpha = .05$ , υπόθεση διπλής κατεύθυνσης)

## Σχέσεις μεταξύ $\alpha$ , $\beta$ και ισχύος ( $1 - \beta$ )



## G\*Power

### Επιλογή:

t-test (Means)

Type of power analysis: A priori

### Input:

Effect size  $d = 0.5$

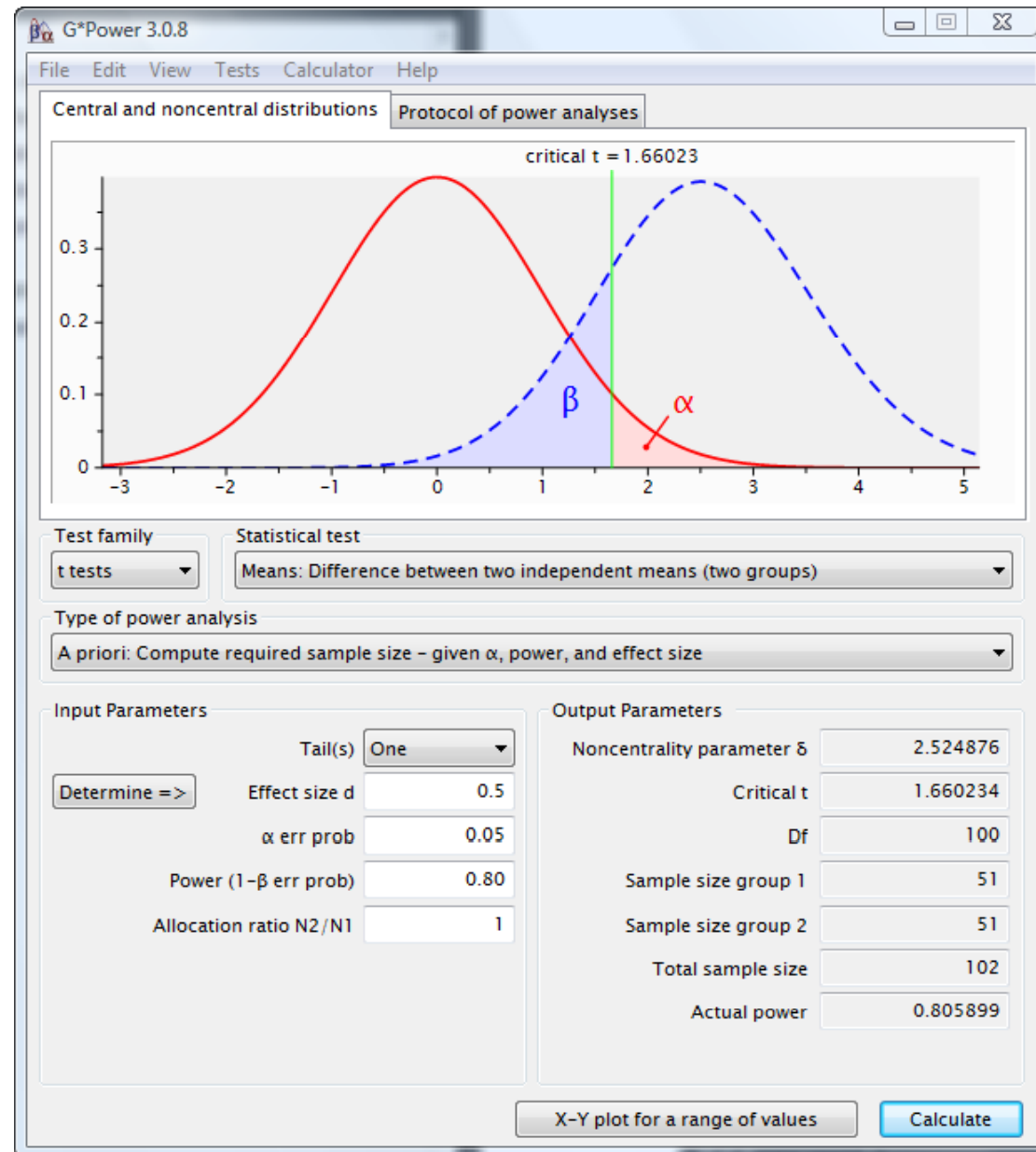
$\alpha = 0.05$

Power = 0.80

### Επιλογή:

Calculate

Total sample size: 102



## G\*Power

### Επιλογή:

F-tests (ANOVA)

Type of power analysis: A priori

### Input:

Effect size  $d = 0.5$

$\alpha = 0.05$

Power = 0.80

Number of groups: 4

### Επιλογή:

Calculate

Total sample size: **48**

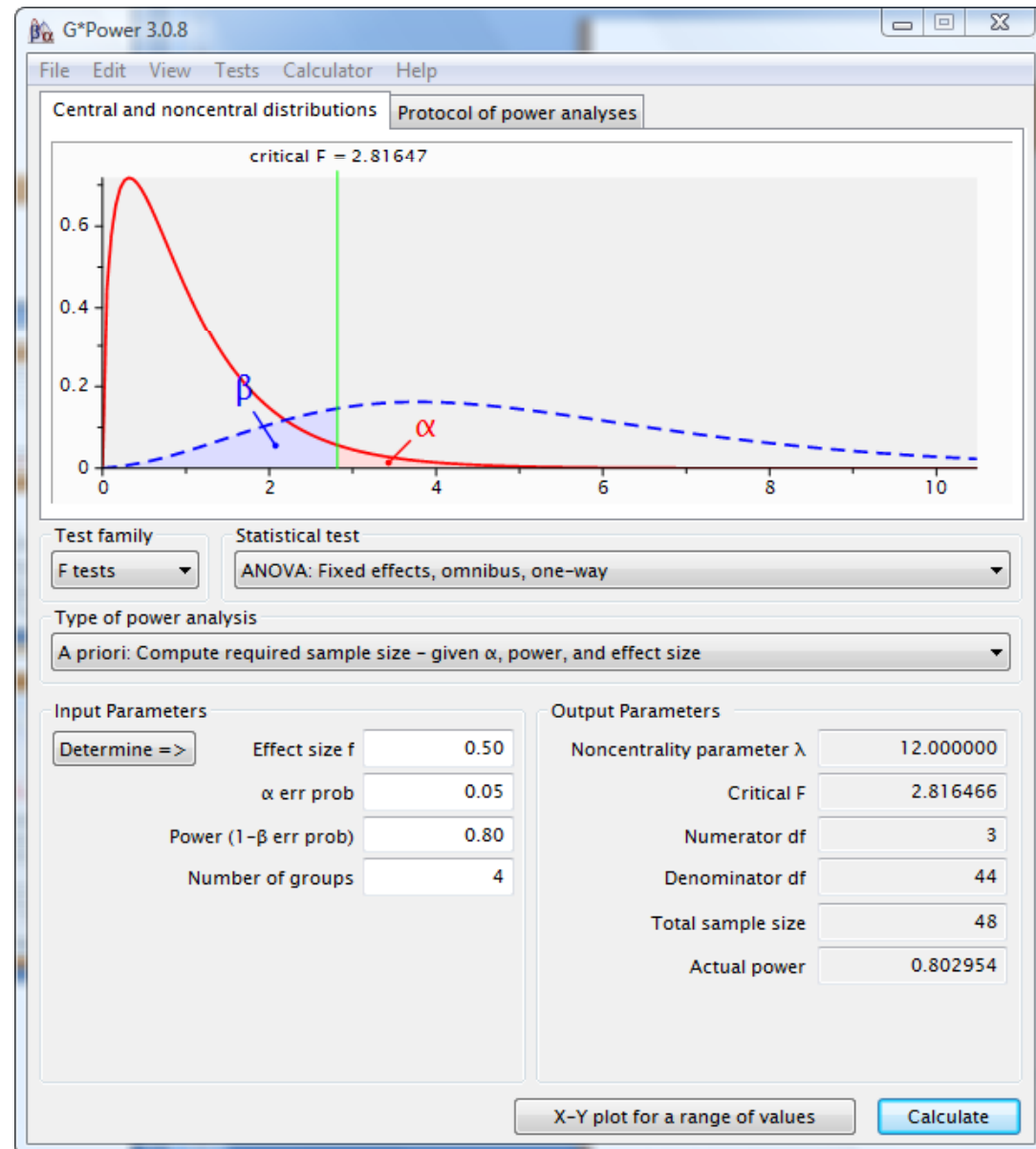




Table 4.1. Power table for the independent samples *t*-test at alpha = 0.05

n	Hypothesized ES																		
	0.20	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00
5	4	6	6	7	8	9	11	12	13	15	17	18	27	39	52	66	77	92	98
6	5	6	7	8	10	11	13	14	16	18	20	23	33	48	63	76	87	97	.
7	5	7	8	10	11	13	15	17	19	21	24	27	39	56	72	84	92	99	.
8	5	8	9	11	12	14	17	19	22	25	28	31	45	63	79	90	96	.	.
9	6	8	10	12	14	16	19	21	24	28	31	35	50	69	84	93	98	.	.
10	6	9	11	13	15	18	21	24	27	31	34	38	55	74	88	96	99	.	.
11	6	9	11	14	16	19	22	26	30	34	38	42	60	79	91	97	99	.	.
12	7	10	12	15	18	21	24	28	32	37	41	46	64	83	94	98	.	.	.
13	7	11	13	16	19	22	26	30	35	39	44	49	68	86	95	99	.	.	.
14	7	11	14	17	20	24	28	33	37	42	47	52	71	89	97	99	.	.	.
15	7	12	15	18	22	26	30	35	40	45	50	55	75	91	98	.	.	.	.
20	9	15	19	23	28	33	39	45	51	57	63	69	87	97	.	.	.	.	.
25	10	18	22	28	34	41	47	54	61	68	73	79	93	99	.	.	.	.	.
30	11	20	26	33	40	47	55	62	69	76	81	86	97	.	.	.	.	.	.
35	13	23	30	38	46	54	62	69	76	82	87	91	98	.	.	.	.	.	.
40	14	26	34	42	51	60	68	75	82	87	91	94	99	.	.	.	.	.	.
45	15	29	37	46	56	65	73	80	86	91	94	96	.	.	.	.	.	.	.
50	16	32	41	51	60	70	78	84	89	93	96	98	.	.	.	.	.	.	.
55	18	34	44	55	65	74	81	88	92	95	97	99	.	.	.	.	.	.	.
60	19	37	47	58	68	77	85	90	94	97	98	99	.	.	.	.	.	.	.
65	20	39	51	62	72	81	87	92	96	98	99	99	.	.	.	.	.	.	.
70	22	42	54	65	75	83	90	94	97	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.
75	23	45	57	68	78	86	92	95	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.
80	24	47	59	71	81	88	93	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.
90	26	52	65	76	85	92	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
100	29	56	69	80	89	94	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
110	31	60	73	84	91	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
120	34	64	77	87	93	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
130	36	67	80	89	95	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
140	38	71	83	92	96	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
150	41	74	86	93	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
175	46	80	90	96	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
200	51	85	94	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
225	56	89	96	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
250	61	92	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
300	69	96	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
400	81	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
500	88	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

2 ανεξάρτητα δείγματα  
α = 0.05

Table 6.4. Power table for  $F$ -test; pattern M, 4 groups at  $\alpha = 0.05$

$n$	Hypothesized ES																		
	0.20	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00
5	5	6	7	7	8	8	9	10	11	12	13	15	21	31	44	57	70	89	97
6	5	6	7	8	8	9	10	11	13	14	16	17	26	39	54	68	80	95	99
7	5	7	7	8	9	10	12	13	15	16	18	20	31	46	62	77	88	98	.
8	6	7	8	9	10	11	13	14	16	19	21	23	35	53	70	84	93	99	.
9	6	7	8	9	11	12	14	16	18	21	24	26	40	59	76	89	96	.	.
10	6	7	9	10	11	13	15	18	20	23	26	30	45	65	82	92	97	.	.
11	6	8	9	11	12	14	17	19	22	25	29	33	49	70	86	95	99	.	.
12	6	8	10	11	13	16	18	21	24	28	32	36	53	74	89	97	99	.	.
13	6	8	10	12	14	17	20	23	26	30	34	39	57	78	92	98	.	.	.
14	6	9	10	13	15	18	21	24	28	33	37	42	61	82	94	99	.	.	.
15	6	9	11	13	16	19	22	26	30	35	40	45	65	85	95	99	.	.	.
20	7	11	14	17	21	25	30	35	40	46	52	58	79	94	99	.	.	.	.
25	8	13	16	21	25	31	37	43	50	57	63	69	88	98	.	.	.	.	.
30	9	15	19	24	30	37	44	51	58	66	72	78	94	99	.	.	.	.	.
35	9	17	22	28	35	43	51	58	66	73	79	85	97	.	.	.	.	.	.
40	10	19	25	32	40	48	57	65	73	79	85	90	98	.	.	.	.	.	.
45	11	21	28	36	45	54	62	71	78	84	89	93	99	.	.	.	.	.	.
50	12	23	31	40	49	58	68	76	83	88	92	95	97	.	.	.	.	.	.
55	13	25	34	43	53	63	72	80	86	91	95	97	.	.	.	.	.	.	.
60	14	28	37	47	57	67	76	84	90	94	96	98	.	.	.	.	.	.	.
65	15	30	40	50	61	71	80	87	92	95	98	99	.	.	.	.	.	.	.
70	16	32	42	54	65	75	83	89	94	97	98	99	.	.	.	.	.	.	.
75	16	34	45	57	68	78	86	92	95	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.
80	17	36	48	60	71	81	88	93	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.
90	19	40	53	66	77	86	92	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.
100	21	45	58	71	81	89	94	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
110	23	49	63	75	85	92	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
120	25	52	67	79	88	94	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
130	27	56	71	83	91	96	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
140	29	59	74	86	93	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
150	31	63	77	88	95	98	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
175	35	70	84	93	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
200	40	76	89	96	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
225	45	82	92	97	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
250	49	86	95	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
300	57	92	98	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
400	71	98	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
500	81	99	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

4 ανεξάρτητα δείγματα  
 $\alpha = 0.05$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

## Έλεγχος των δεδομένων για εκλείπουσες τιμές (missing values)

- Κάθε αρχείο με δεδομένα θα έχει ορισμένες (λίγες ή περισσότερες) εκλείπουσες τιμές...
- Το πρόβλημα είναι σημαντικό μόνο εφόσον οι τιμές αυτές δεν κατανέμονται μέσα στην κατανομή τυχαία!
- Ο έλεγχος για τον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι εκλείπουσες τιμές μέσα στο αρχείο γίνεται στο SPSS με το εργαλείο Missing Value Analysis:
  - Analyze → Missing Value Analysis → Τοποθέτηση των μεταβλητών που μας ενδιαφέρει να ελεγχθούν στο κατάλληλο παράθυρο (Quantitative ή Categorical Variables) → Patterns → Cases with missing values, sorted by missing value patterns
  - Στον πίνακα που θα προκύψει (βλ. παρακάτω) κοιτάζουμε το ποσοστό των εκλειπουσών τιμών (δεν θέλουμε να ξεπερνάει το 1%) καθώς και το πού βρίσκονται οι συγκεκριμένες τιμές.
- Στην περίπτωση που έχουμε πολλές εκλείπουσες τιμές και μας δημιουργούν πρόβλημα (π.χ., στην περίπτωση της χρήσης της εντολής compute) μπορούμε να συμπληρώσουμε τις τιμές αυτές (βλ. επόμενη διαφάνεια)...

### Πίνακας Σχημάτων Εκλειπουσών Τιμών από το SPSS

Case	# Missing	% Missing	Missing and Extreme Value Patterns <sup>a</sup>											
			keyb1test2	keyb1test3	keyb1test4	vrinterfacetest1	vrinterfacetest2	vrinterfacetest3	vrinterfacetest5	gender	vrinterfacetest4	keyb1test5	keyb1test1	
5	1	9,1												
10	1	9,1										⊖		⊖
14	1	9,1									⊖			
19	11	100,0	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖

- indicates an extreme low value, while + indicates an extreme high value. The range used is (Q1 - 1.5\*IQR, Q3 + 1.5\*IQR).

a. Cases and variables are sorted on missing patterns.

## Πώς συμπληρώνουμε τις εκλείπουσες τιμές;

- Το SPSS έχει διάφορους τρόπους να αντιμετωπίζει τις εκλείπουσες τιμές:
- Για παράδειγμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την επιλογή **Replace Missing Values** στο μενού **Transform**.
- Ωστόσο, οι επιλογές (inserting mean, median or linear interpolation) δεν είναι τόσο αξιόπιστες μέθοδοι εκτίμησης των εκλειπουσών τιμών.
- Η καλύτερη επιλογή είναι να χρησιμοποιήσουμε τις μεθόδους που υπάρχουν στο **Missing Value Analysis**.
- Επιλέγουμε: **Analyze → Missing Value Analysis**
- Επιλέγουμε τις ποσοτικές και τις κατηγορικές μεταβλητές και τις τοποθετούμε στα κατάλληλα πλαίσια (επιλέγουμε τόσο τις μεταβλητές που έχουν εκλείπουσες τιμές και θέλουμε να τις συμπληρώσουμε όσο και εκείνες που θα χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια για τον υπολογισμό των τιμών των μεταβλητών με εκλείπουσες τιμές)
- Κλικ στο **Patterns** → επιλέγουμε **'Tabulated cases grouped by missing value patterns'** και **'Cases with Missing Values, sorted by missing value patterns'**
- Πατάμε **Continue** → **OK**
- **Σημειώνουμε το ποσοστό των εκλειπουσών τιμών για τις μεταβλητές που θα αντικαταστήσουμε.**  
*Προσέξτε ότι συνιστάται το ποσοστό των εκλειπουσών τιμών να μην ξεπερνάει το 1% σε μια μεταβλητή. Εφόσον αυτή η προϋπόθεση ισχύει, προχωράμε στο επόμενο στάδιο...*

## Πώς συμπληρώνουμε τις εκλείπουσες τιμές (συνέχεια);

- Επιστρέφουμε στο κουτί διαλόγου του **Missing Value Analysis**.
- Τοποθετούμε τη μεταβλητή με τις εκλείπουσες τιμές ως **quantitative variable**
- Από τα **Estimation methods**, επιλέγουμε **EM**
- Κάνουμε κλικ στο κουμπί **Variables**
- Κάνουμε κλικ στο κουμπί **Select variables**
- Επιλέγουμε τις μεταβλητές με εκλείπουσες τιμές και τις μετακινούμε στο κουτί **Predicted variables**
- Επιλέγουμε όλες τις μεταβλητές που θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των τιμών που θα αντικαταστήσουν τις εκλείπουσες τιμές και τις μετακινούμε στο κουτί **Predictor variables**
- **Continue**
- Κλικ στο κουμπί **EM** και τσεκάρουμε την επιλογή **Save Completed Data**
- Κλικ στο **File** και δίνουμε ένα όνομα για το καινούριο αρχείο δεδομένων, το οποίο θα περιέχει τις υπολογισμένες τιμές.
- Κλικ **Save**
- Κλικ **Continue**
- Ανοίγουμε το καινούριο αρχείο με τα δεδομένα που μόλις δημιουργήσαμε

Όπως καταλαβαίνετε, πρόκειται ουσιαστικά για μια παλινδρόμηση: υπολογίζουμε τις τιμές που θα αντικαταστήσουν τις εκλείπουσες τιμές βάσει των τιμών σε άλλες μεταβλητές (αλλά και στην ίδια τη μεταβλητή με τις εκλείπουσες τιμές).

## Κατασκευή του ιστογράμματος της μεταβλητής στο SPSS

Επιλέγουμε:

**[Graphs → Legacy Dialogs → Histogram...]**

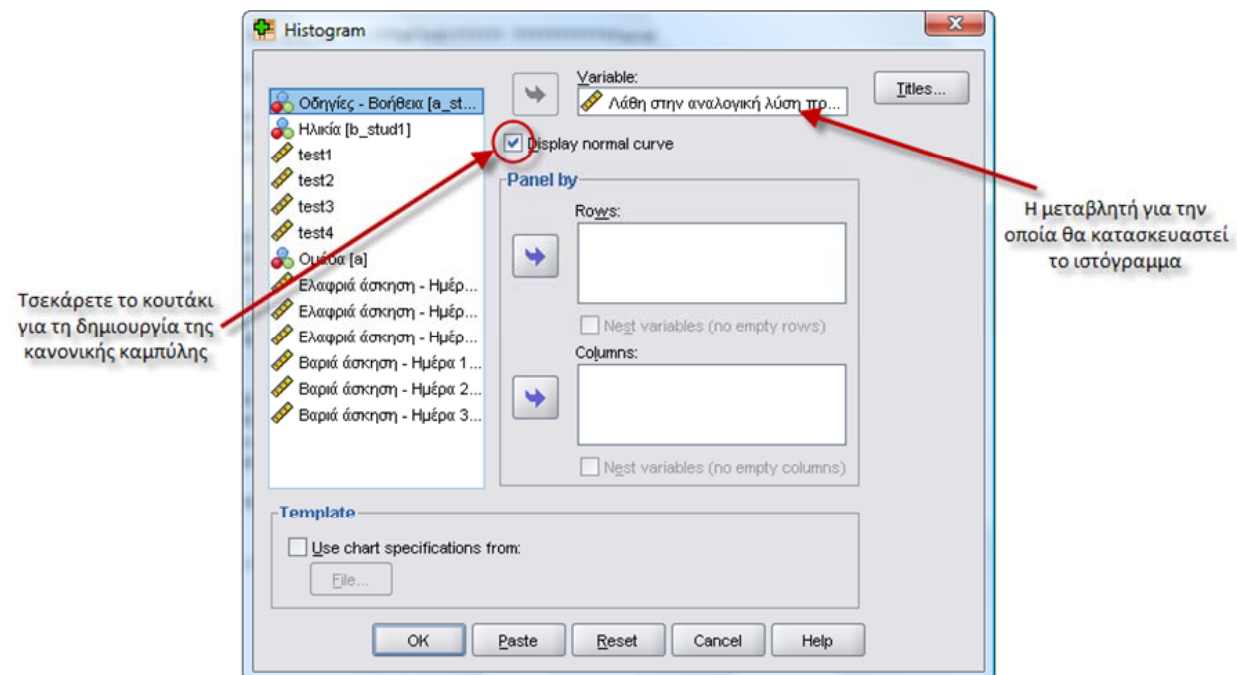
Στο παράθυρο που ανοίγει (διπλανό Σχήμα) θα πρέπει

(α) να μετακινήσετε στο πλαίσιο **[Variable:]** τη μεταβλητή για την οποία θα κατασκευαστεί το ιστόγραμμα, και

(β) να τσεκάρετε το κουτάκι στην επιλογή για τη δημιουργία της κανονικής καμπύλης πάνω από το ιστόγραμμα **[Display normal curve]**.

Βεβαίως, δεν υπάρχουν ασφαλή κριτήρια για το βαθμό απόκλισης του ιστογράμματος από την κανονική καμπύλη...

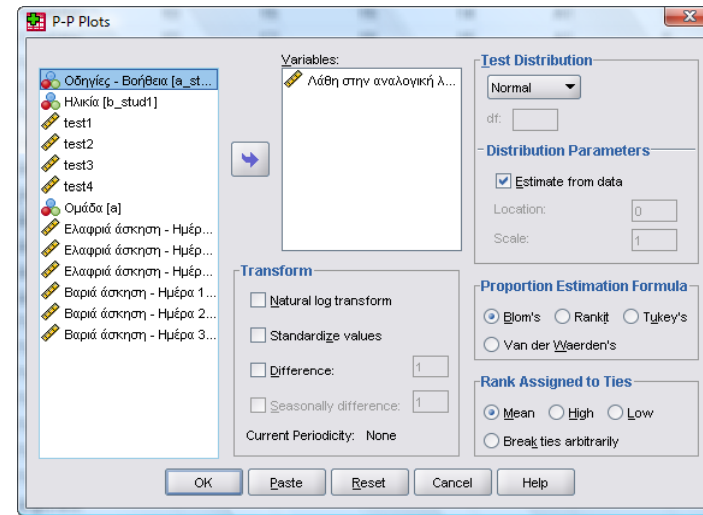
### Το παράθυρο Histogram



## Κατασκευή P-P plots (Proportion-Proportion)

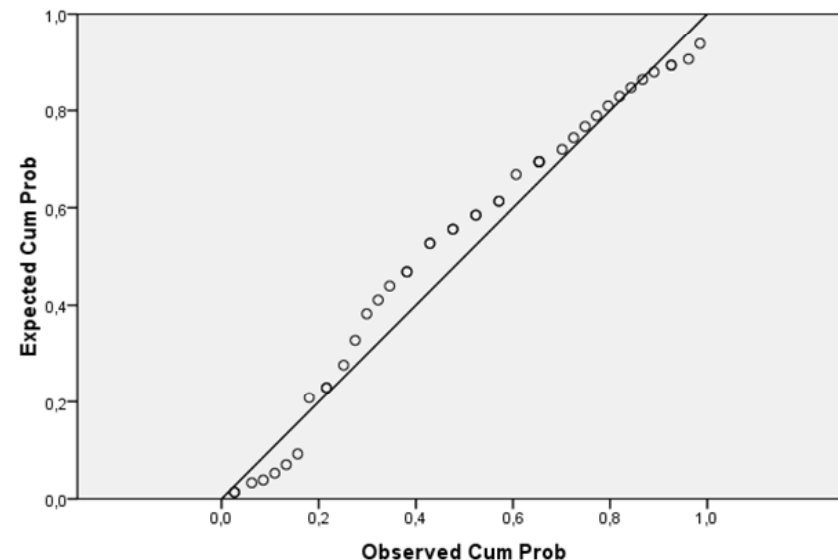
- Πρόκειται για ένα διάγραμμα όπου η παρατηρηθείσα αθροιστική σχετική συχνότητα σχεδιάζεται απέναντι στην αναμενόμενη αθροιστική σχετική συχνότητα έτσι όπως θα έδειχναν αν η κατανομή ήταν κανονική.
- Επιλέγουμε **[Analyze → Descriptive Statistics → P-P Plots...]** και στο παράθυρο που ανοίγει (βλ. διπλανό Σχήμα) μεταφέρουμε στο πλαίσιο **[Variables:]** τη μεταβλητή για την οποία θα κατασκευαστεί το διάγραμμα.
- Κάνοντας κλικ στο κουμπί **[OK]** θα δημιουργηθεί ένα διάγραμμα όπως αυτό του διπλανού Σχήματος.
- Όλα τα σημεία θα πρέπει να βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο εφόσον η μεταβλητή είναι κανονικά κατανεμημένη.
- Κατασκευάζεται εύκολα αλλά δεν υπάρχουν κοινά αποδεκτά κριτήρια για τον καθορισμό της απόστασης που μπορεί να έχουν τα σημεία από τη διαγώνιο ώστε να θεωρηθεί κανονική η κατανομή...

## Το παράθυρο P-P Plots



## Ένα παράδειγμα P-P plot

Normal P-P Plot of Λάθη στην αναλογική λύση προβλημάτων



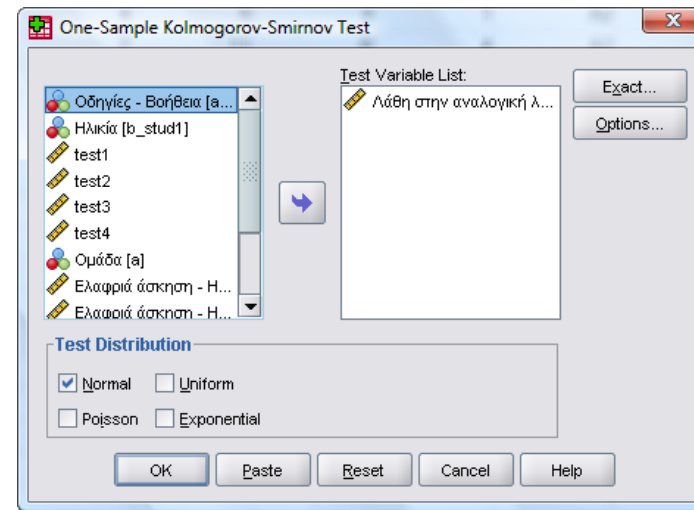




## Τυπικά τεστ κανονικότητας

- Το γνωστότερο είναι το Kolmogorov-Smirnov (ένα δεύτερο που υπολογίζει το SPSS είναι το Shapiro-Wilk).
- Επιλέγουμε **[Analyze → Nonparametric Tests → 1-Sample K-S...]** και μεταφέρουμε στο πλαίσιο διαλόγου **[Test Variable List:]** τη μεταβλητή για την οποία θα πραγματοποιηθεί το τεστ.
- Στο παράδειγμά μας το αποτέλεσμα του τεστ δεν είναι στατιστικά σημαντικό ( $p=.555$ ), επομένως θα πρέπει να δεχτούμε ότι η μεταβλητή που ελέγχθηκε δεν αποκλίνει από την κανονικότητα.
- Το πρόβλημα με τα τεστ αυτά είναι ότι όσο μεγαλώνει το δείγμα ( $N > 300$ ) τόσο αυξάνει η πιθανότητα να απορριφθεί μια μεταβλητή, η οποία αποκλίνει ελάχιστα από την κανονικότητα.
- Τα τεστ αυτά είναι πολύ «συντηρητικά» και μπορεί να απορρίψουν ως μη κανονική μια μεταβλητή που απέχει ελάχιστα από την κανονικότητα.

## Το παράθυρο του Kolmogorov-Smirnov στο SPSS



## Πίνακας με αποτελέσματα Kolmogorov-Smirnov

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Λάθη στην αναλογική λύση προβλημάτων
N		42
Normal Parameters <sup>a</sup>	Mean	30,07
	Std. Deviation	13,617
Most Extreme Differences	Absolute	,122
	Positive	,074
	Negative	-,122
Kolmogorov-Smirnov Z		,793
Asymp. Sig. (2-tailed)		,555

a. Test distribution is Normal.

## Μερικά άρθρα που θα πρέπει να έχετε υπόψη...

- Cohen, J. (1994). The Earth is Round ( $p < .05$ ). *American Psychologist*, 49 (12), 997-1003.
- Cohen, J. (1990). Things I Have Learned (So Far). *American Psychologist*, 45 (12), 1304-1312.
- Cumming, G., & Finch, S. (2005). Inference by Eye – Confidence Intervals and How to Read Pictures of data. *American Psychologist*, 60 (2), 170-180.
- Wilkinson, L., and Task Force on Statistical Inference. (1999). Statistical Methods in Psychology Journals: Guidelines and Explanations. *American Psychologist*, 54 (8), 594-604.
- *Screening Data for Multiple Regression and Multivariate Statistics* (ένας πολύ χρήσιμος οδηγός στα Αγγλικά)

Θα τα βρείτε όλα σε ένα συμπιεσμένο αρχείο ([papers\\_lecture2\\_roussos.zip](#)) στην ιστοσελίδα του μαθήματος...

## Χρήσιμα προγράμματα (software):

G\*Power:

<http://www.psych.uni-duesseldorf.de/abteilungen/aap/gpower3/>

GraphPad Calculator (Web-based):

<http://graphpad.com/quickcalcs/index.cfm>

## Εφαρμογές που θα βρείτε στο δικτυακό μας τόπο:

- Exploratory Software for CIs